**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية** — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

**امتحان بكالوريا التعليم الثانوي** — **دورة : جوان 2017**

**الشعبة : تقني رياضي**

---

**اختبار في مادة : الرياضيات** — **المدة :04 سا و 30 د**

---

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :**

**الموضوع الأوّل :**

## التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ .

نعتبر النقط $A(0;-1;2)$ ، $B(3;2;5)$ ، $C(3;-1;-1)$ و $D(-3;5;-1)$

ليكن $(P)$ و $(Q)$ المستويين اللذان معادلتاهما على الترتيب : $x+y+z-1=0$ و $x-z+2=0$ .

1) بين أن المثلث $ABC$ قائم. ، ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ .

2) ا) بين أن المستويين $(P)$ و $(Q)$ متعامدان ثم جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ ، تقاطع المستويين $(P)$ و $(Q)$ .

ب) عين تقاطع المستويات $(P)$ ، $(Q)$ و $(ABC)$ .

3) تحقق أن $A$ هي المسقط العمودي للنقطة $D$ على المستوي $(ABC)$ ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$ .

4) بين أنّ $\frac{\pi}{4}$ قيس بالراديان للزاوية $\widehat{BDC}$ ، ثم استنتج المسافة بين النقطة $A$ و المستوي $(BDC)$ .

## التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) عين ، حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 5 .

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $1437^{2017}$ على 5 .

3) برهن أن: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، العدد $(48^{4n+3}-2\times 9^{2n+1}+1)$ مضاعف للعدد 5 .

4) عين الأعداد الطبيعية $n$ حتى يكون العدد $(3^{4n}+27^n-4)$ قابلا للقسمة على 5 .

## التمرين الثالث: (05 نقاط)

ا) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب $z$ الآتية: $(z-4)(z^2-2z+4)=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$ .

1) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$ .

2) ا) عين لاحقة النقطة $D$ صورة $B$ بالدوران $r$ الذي مركزه المبدأ $O$ و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ .

ب) عين طبيعة الرباعي $ABCD$ .

3) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، نضع: $z_n=(z_B)^n+(z_C)^n$ .

ا) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $z_n = 2^{n+1} \times \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$ .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $t_n = z_{6n}$ .

– عبر عن $t_n$ بدلالة $n$ ثم احسب $P_n$ بدلالة $n$ جيث $P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times \cdots \times t_n$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

ا) لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2-\ln x}{x^2}$ .

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1+\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$ .

1) ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) ا) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ .

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ .

3) " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\gamma) = f(\beta) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$ ".

– أنشئ في المعلم السابق المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ .

4) ليكن $\lambda$ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leqslant e$ ، نرمز ب $\mathscr{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = \lambda$ .

ا) احسب $\mathscr{A}(\lambda)$ بدلالة $\lambda$ .

ب) عين قيمة $\lambda$ حيث $\mathscr{A}(\lambda) = \frac{1}{2}cm^2$ .

## الموضوع الثّاني :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ . نعتبر النقط $A(1;1;-1)$ ، $B(1;7;-3)$ و $I(O;1;-2)$

و الشعاع $\vec{v}(2;0;2)$ ، $(\Delta_1)$ المستقيم الذي يشمل النقطة $A$ و $\vec{v}$ شعاع توجيه له و $(\Delta_2)$ المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t\,;\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=3-4t \end{cases}$

1) بين ان $A$ تنتمي الى المستقيم $(\Delta_2)$ و أن $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ غير متطابقان .

2) ليكن $(P)$ المستوي المعين بالمستقيمين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ .

–بين أن الجملة: $\begin{cases} x=1+2\alpha+2\beta \\ y=1-\alpha\,;\,(\alpha\in\mathbb{R},\beta\in\mathbb{R}) \\ z=-1-4\alpha+2\beta \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستوي $(P)$ .

3) أثبت أن $I$ هي المسقط العمودي للنقطة $B$ على المستوي $(P)$ .

4) لتكن $(S)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $x^2+y^2+z^2-2x-14y+6z+21=0$ .

ا) بين أن $(S)$ سطح كرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها .

ب) تحقق أن المستوي $(P)$ يمس $(S)$ في نقطة يطلب تعيينها .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة ب: $u_1=\frac{1}{a}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم ، $u_{n+1}=\frac{n+1}{an}u_n$ حيث $a$ عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 2 .

1) ا) بين أن : من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $u_n>0$ .

ب) بين ان المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

2) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة كما يلي :من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم ، $v_n=\frac{1}{an}u_n$ .

ا) بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ و عين حدها الأول $v_1$ بدلالة $a$ .

ب) جد بدلالة $n$ و $a$ عبارة الحد العام $v_n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .

3) احسب بدلالة $n$ و $a$ المجموع $S_n$ حيث $S_n=u_1+\frac{1}{2}u_2+\cdots+\frac{1}{n}u_n$

ثم عين قيمة $a$ حيث $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\frac{1}{2016}$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$ .

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها $z_A=-1+\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_c=\overline{z_B}$ .

1) بين أن $z_B-z_A=i(z_C-z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$ و احسب مساحته .

2) ا) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $L$ حيث $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_C}$ .

ب) بين أن: $L=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$ ثم استنتج القيمة المضبوطة ل $\tan\dfrac{\pi}{12}$ .

3) نعتبر التحويل النقطي $S$ الذي يحول النقطة $M$ ذات الاحقة $z$ الى النقطة $M'$ ذات الاحقة $z'$ و المعرف بـ: $z'=(z-z_B)L+z_B$

– بين أن $S$ تشابه مباشر يطلب تحديد عناصره المميزة .

4) لتكن النقط $A'$ ، $B'$ و $C'$ صور النقط $A$ ، $B$ و $C$ على الترتيب بالتحويل $S\circ S$ .

–احسب مساحة المثلث $A'B'C'$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

I) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-2xe^{-x}$ .

–ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ .

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$ .

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}||=1cm$ .

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) ا) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1]=1$ ثم استنتج معادلة لـ $(\Delta)$ ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى $(C_f)$ .

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$ .

3) اثبت أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا وحيدا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له .

4) باستعمال المنحنى $(C_f)$ ، عين قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين .

5) ليكن $\alpha$ عددا حقيقيا موجبا ، نرمز ب $\mathscr{A}(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و بالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$ .

–احسب $\mathscr{A}(\alpha)$ بدلالة $\alpha$ ثم $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\mathscr{A}(\alpha)$ .